

保角变换在解绝缘偏心对射频同轴电缆电性能影响问题中的应用

成都普天电缆股份有限公司

肖 飏

摘要: 本文论述了保角变换法求解绝缘偏心对射频同轴电缆电性能影响问题的方法, 并给出了相应的电容、电感、特性阻抗及绝缘电阻的解析函数表达式, 最后与数值计算结果进行了对比。

关键词: 绝缘偏心 同轴电缆 保角变换

1. 前言

众所周知, 在同轴通信电缆的制造过程中绝缘偏心始终是存在的。绝缘偏心度的控制范围是否合理不仅直接影响着产品的质量而且也影响着产品的制造成本。那么, 如何才能确定合理的公差范围呢? 答案是先知道偏心对相关电气性能的影响程度, 然后根据产品标准要求制定合理的偏心度控制范围。虽然, 这个问题可以采用数值计算来解决, 但其美中不足的是计算量很大。其实, 对于绝缘偏心对电气性能影响程度的量化问题, 我们还可利用保角变换法来解决。

2 保角变换的作用

保角变换的主要作用是将复杂的模型通过“保角变换”变换成简单的模型, 解出后者中物理量、物理场, 再通过逆变换, 求出前者的中对应物理量、物理场的一种数学方法, 该方法可用于: 静电、静磁问题和传输线(即横电磁波)问题^{[1][2]}。

3 绝缘偏心时电气指标的计算

3.1 绝缘偏心时的模型

在不考虑端头效应的情况下, 绝缘偏心时任一垂直于电缆轴线的截面中的电磁场分布都相同, 因此电磁场的分析可以简化为二维电磁场分析。取其中一个截面如图 1 所示, 绝缘外轮廓对应圆 C1, 导体轮廓对应圆 C2, 以圆 C1 的圆心为坐标原点, 两圆的圆心连线为实轴建立 Z 平面。相应地绝缘半径为 R, 导体半径为 r, 导体与绝缘中心轴线间距为 E。

3.2 两个偏心圆的对称点表达式

为便于分析, 现将偏心模型变换成同心的模型。为此, 先要确定圆 C1 和 C2 的对称点 A 和 B, 它们既是圆 C1 的对称点, 也是圆 C2 的对称点。设 A 和 B 在 Z 平面上的坐标分别为 x_1 和 x_2 , 则由对称点的定义^[1], 有

$$\begin{cases} x_1 x_2 = R^2 \\ (x_1 - E)(x_2 - E) = r^2 \end{cases} \quad (1)$$

求解方程组, 得

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2E} \left[(E^2 + R^2 - r^2) - \sqrt{(E^2 + R^2 - r^2)^2 - 4R^2 E^2} \right] \\ x_2 = \frac{1}{2E} \left[(E^2 + R^2 - r^2) + \sqrt{(E^2 + R^2 - r^2)^2 - 4R^2 E^2} \right] \end{cases} \quad (2)$$

4.3 分式线性变换

现作分式线性变换

$$\xi(z) = \frac{z - x_1}{z - x_2} \quad (3)$$

通过式 3 变换把 A 点变换为 ξ 平面上的原点 $\xi = 0$, 把 B 点变换成 ξ 平面上的无限远点 $\xi = \infty$ 。相应地圆 C1 变换为 ξ 平面上的圆 C1' (分式线性变换具有保圆性)。由于点 A 和点 B 是圆 C1 的对称点, 因此 $\xi = 0$ 和 $\xi = \infty$ 也是 C1' 的对称点。同理, 圆 C2 变换为 ξ 平面上的圆 C2', 且 ξ

$=0$ 和 $\xi = \infty$ 是 $C2'$ 的对称点。

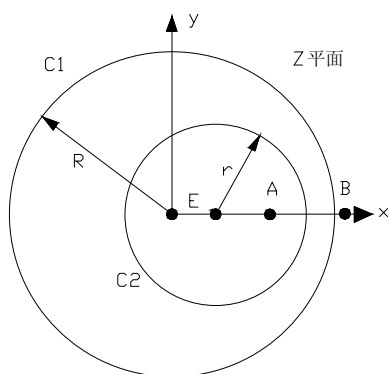


图1 绝缘偏心时 Z 平面模型

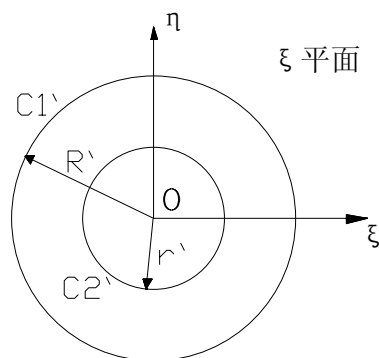


图2 绝缘偏心时经过变换后的模型

由此可见，经过变换后，偏心模型变成了不偏心模型，如果能确定 R 、 r 和 R' 、 r' 及 E 之间的关系后，即可推导出 ξ 平面模型下的电容、电感、特性阻抗和绝缘电阻的计算公式了。可以证明，对于上述几个指标的计算而言，在 Z 平面上计算的结果直接与 ξ 平面上计算的结果对应相等，即在 ξ 平面求得的结果无需再返回到 Z 平面去^[2]。

在 Z 平面的 $C1$ 上取一点 $Z=-R$ ，变换到 ξ 平面的圆 $C1'$ 上的 $\xi = \frac{-R-x_1}{-R-x_2} = \frac{R+x_1}{R+x_2}$ ，于是

$$R' = \left| \frac{R+x_1}{R+x_2} \right| = \frac{(E+R)^2 - r^2 - \sqrt{(E^2 - R^2 - r^2)^2 - 4R^2r^2}}{(E+R)^2 - r^2 + \sqrt{(E^2 - R^2 - r^2)^2 - 4R^2r^2}} \quad (4)$$

同理，在 Z 平面的圆 $C2$ 上取一点 $Z=E+r$ ，变换到 ξ 平面的圆 $C2'$ 上的 $\xi = \frac{E+r-x_1}{E+r-x_2}$ ，于是

$$r' = \left| \frac{E+r-x_1}{E+r-x_2} \right| = -\frac{(E+r)^2 - R^2 + \sqrt{(E^2 - R^2 - r^2)^2 - 4R^2r^2}}{(E+r)^2 - R^2 - \sqrt{(E^2 - R^2 - r^2)^2 - 4R^2r^2}} \quad (5)$$

$$\frac{R'}{r'} = \frac{R^2 + r^2 - E^2}{2Rr} + \sqrt{\left(\frac{R^2 + r^2 - E^2}{2Rr}\right)^2 - 1} \quad (6)$$

4.4 电性能指标计算公式

4.4.1 电容

$$C = C' = \frac{10^{-6} \varepsilon_r}{18 \ln \frac{R'}{r'}} \quad F / km \quad (7)$$

式中 C 为 Z 平面下的电容值， C' 为 ξ 平面下的电容值， ε_r 为绝缘介质的相对介电常数。

4.4.2 电感

同轴电缆的电感由内电感和外电感两部分构成，在射频条件下，其内电感可忽略不计。因此

$$L \approx L_{\text{外}} = L'_{\text{外}} = 2 \times 10^{-4} \mu_r \ln \frac{R'}{r'} \quad H / km \quad (8)$$

式中 L 为 Z 平面下的电感值， $L'_{\text{外}}$ 为 ξ 平面下的外电感值， μ_r 为绝缘介质的相对磁导率。

4.4.3 特性阻抗

$$\text{在射频条件下，} Z = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \Omega \quad (9)$$

4.4.4 绝缘电阻

$$R_v = R'_v = \frac{10^{-9} \rho_v}{2\pi} \ln \frac{R'}{r'} \quad M\Omega \cdot km \quad (10)$$

式中 R_v 为Z平面下的绝缘电阻值， R'_v 为 ξ 平面下的绝缘电阻值， ρ_v 为绝缘介质的电阻率（ $\Omega \cdot m$ ）。

5. 计算实例

表 1 给出了内导体直径为 2.15mm,绝缘外径为 9.2mm，绝缘相对介电常数为 1.355 条件下不同偏心情况下的计算结果（设不偏心时的绝缘电阻为 R_0 ）。

表 1 绝缘不同偏心情况下的计算结果

E (mm)	0	0.23	0.46	0.69	0.92	1.15
电容(pF/m)	51.78	51.88	52.16	52.66	53.37	54.35
电感(nH/m)	291.0	290.2	298.6	285.9	282.2	277.0
特性阻抗(Ω)	74.94	74.79	74.39	73.68	72.70	71.39
绝缘电阻	R_0	0.998 R_0	0.993 R_0	0.984 R_0	0.970 R_0	0.953 R_0

从表可以看出，其各项数值与文献 4 所用模拟电荷法计算的结果完全相同。

7. 结束语

保角变换是一种数学变换，是求解许多二维拉普拉斯边值问题的一种行之有效的方法，能通过变换将复杂的或难解决的边界问题转换成简单或容易解决的边界问题并给出解析表达式。

参考文献

1. 冯秦、高尚华等 工程数学基础知识手册(第 1 版) [M] 宇航出版社, 1988
2. 冯慈璋 电磁场 (第 2 版) [M]. 北京:高等教育出版社, 1983
3. 王春江 电线电缆手册(第 2 版)[M]. 北京:机械工业出版社, 2001
4. 肖飏 模拟电荷法在同轴通信电缆计算中的应用[J], 电线电缆, 2006 (6): 19-25